

Práctica 3: La juntura PN

Autor: Diego L. Peña Colaiocco

Fecha: por definir

Advertencia: Estas notas no han sido revisadas por ningún tercero por lo que probablemente contienen errores.

Índice

	Página
3.1 Resumen	3-1
3.2 Dimensiones físicas y eléctricas	3-1
3.3 Característica corriente-voltaje	3-8
3.4 Sobre la polarización en directo	3-15
3.5 Sobre la polarización en inverso y los diodos Zener	3-16
3.6 Fórmulas útiles	3-20
3.6.1 Electromagnetismo	3-20
3.6.2 La juntura PN en equilibrio	3-20
3.6.3 La juntura PN polarizada	3-20
3.6.4 Modelo de pequeña señal del diodo en directo	3-24
3.6.5 Ruptura de la juntura	3-25
3.6.5.1 Efecto Zener	3-25
3.6.5.2 Efecto de avalancha	3-26
Referencias	3-27

3.1. Resumen

El objetivo de esta práctica es aclarar conceptos y resolver problemas relacionados con la juntura pn y el diodo que se forma con esta juntura.

3.2. Dimensiones físicas y eléctricas

Ejemplo 3.2.1 Determine el ancho de la región vacía de una unión $p+n+$ de Silicio polarizada en reverso con una fuente externa de 6V. Encuentre también el campo eléctrico máximo bajo estas condiciones. La región $p+$ está dopada con $N_a = 5 \cdot 10^{25} m^{-3}$ y la región $n+$ está dopada con $N_d = 2 \cdot 10^{24} m^{-3}$.

Solución:

Las concentraciones son, en las unidades usuales, $N_a = 5 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$ y $N_d = 2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$. El potencial de la barrera en equilibrio es:

$$V_{bi} = \frac{kT}{q} \cdot \ln \left(\frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2} \right) = 0,02585 \text{V} \cdot \ln \left(\frac{5 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}}{(1,5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3})^2} \right) = 1,05 \text{V}$$

El ancho de la región vacía es:

$$\begin{aligned} W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s(V_{bi} - V_a)}{q} \cdot \frac{N_a + N_d}{N_a \cdot N_d}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 11,7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14} \text{F} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot (1,05 \text{V} - (-6 \text{V}))}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{C}} \cdot \frac{5 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3} + 2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}}{5 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}}} \\ &= 68,88 \text{nm} \end{aligned}$$

El campo eléctrico máximo será:

$$|\mathcal{E}_{max}| = \frac{2 \cdot (V_{bi} - V_a)}{W} = \frac{2 \cdot (1,05 \text{V} - (-6 \text{V}))}{68,88 \text{nm}} = 2,05 \cdot 10^8 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 2,05 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$$

■

Ejemplo 3.2.2 Se tiene una unión abrupta $p+n$ de silicio a $T = 300^\circ \text{K}$. Se determina la capacitancia de juntura C_j en función del voltaje aplicado, y se determina que la curva C_j^{-2} contra V_a es una recta de pendiente $4,8 \cdot 10^{16} \text{cm}^4 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{F}^{-2}$ que interseca al eje C_j^{-2} en el punto $3,6 \cdot 10^{16} \text{cm}^4 \cdot \text{F}^{-2}$. V_a es el voltaje inverso aplicado.

- (a) ¿Cuál es la densidad de impurezas en los dos lados de la juntura?
 (b) ¿Es la juntura realmente $p+n$? Es decir, ¿se justifica la aproximación $N_a \gg N_d$?
 (c) ¿Cuánto vale V_{bi} ?
 (d) ¿Cuál es el ancho de la región vacía para $V_a = 1 \text{V}$?

Solución:

- (a) La capacitancia de juntura de un diodo es:

$$\begin{aligned} C_j &= \frac{\epsilon_s}{W} = \sqrt{\frac{\epsilon_s \cdot q \cdot N_a \cdot N_d}{2 \cdot (N_a + N_d) \cdot (V_a + V_{bi})}} \\ \Rightarrow C_j^{-2} &= \frac{2 \cdot (N_a + N_d) \cdot (V_a + V_{bi})}{\epsilon_s \cdot q \cdot N_a \cdot N_d} \end{aligned}$$

Por lo tanto, la pendiente de la recta es:

$$\frac{\partial C_j^{-2}}{\partial V_a} = \frac{2 \cdot (N_a + N_d)}{\epsilon_s \cdot q \cdot N_a \cdot N_d} = 4,8 \cdot 10^{16} \text{cm}^4 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{F}^{-2}$$

Y el punto de corte con el eje C_j^{-2} es:

$$C_j^{-2}(V_a = 0) = \frac{2 \cdot (N_a + N_d) \cdot V_{bi}}{\epsilon_s \cdot q \cdot N_a \cdot N_d} = 3,6 \cdot 10^{16} \text{cm}^4 \cdot \text{F}^{-2}$$

Ahora se puede obtener fácilmente V_{bi} como:

$$V_{bi} = \frac{\frac{2 \cdot (N_a + N_d) \cdot V_{bi}}{\epsilon_s \cdot q \cdot N_a \cdot N_d}}{\frac{2 \cdot (N_a + N_d)}{\epsilon_s \cdot q \cdot N_a \cdot N_d}} = \frac{3,6 \cdot 10^{16} \text{cm}^4 \cdot \text{F}^{-2}}{4,8 \cdot 10^{16} \text{cm}^4 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{F}^{-2}} = 0,75 \text{V}$$

Por lo tanto:

$$V_{bi} = \frac{kT}{q} \cdot \ln \left(\frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2} \right) \\ \Rightarrow N_a \cdot N_d = n_i^2 \cdot e^{V_{bi}/V_t} = (1,5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3})^2 \cdot e^{750 \text{mV}/25,85 \text{mV}} = 8,966 \cdot 10^{32} \text{cm}^{-6}$$

De la ecuación de la pendiente se obtiene que

$$N_a + N_d = 4,8 \cdot 10^{16} \text{cm}^4 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{F}^{-2} \cdot \frac{\epsilon_s \cdot q \cdot N_a \cdot N_d}{2} \\ = 4,8 \cdot 10^{16} \text{cm}^4 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{F}^{-2} \cdot \frac{11,7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14} \text{F} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 8,966 \cdot 10^{32} \text{cm}^{-6}}{2} \\ = 3,565 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$$

Finalmente, como $N_a \gg N_d$ se tiene:

$$N_a \approx N_a + N_d = 3,565 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3} \\ N_d = \frac{N_a \cdot N_d}{N_a} = \frac{8,966 \cdot 10^{32} \text{cm}^{-6}}{3,565 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}} = 2,515 \cdot 10^{14} \text{cm}^{-3}$$

(b) Como

$$\frac{N_a}{N_d} = \frac{3,565 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}}{2,515 \cdot 10^{14} \text{cm}^{-3}} = 14175$$

se concluye que efectivamente $N_a \gg N_d$.

(c) $V_{bi} = 0,75 \text{V}$ Fue determinado en la solución de la primera pregunta.

(d) El ancho de la región vacía es:

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s(V_{bi} + V_a)}{q} \cdot \frac{N_a + N_d}{N_a \cdot N_d}} \\ = \sqrt{\frac{2 \cdot 11,7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14} \text{F} \cdot \text{cm}^{-1} (0,75 \text{V} + 1 \text{V})}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \text{C}} \cdot \frac{3,565 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}}{8,966 \cdot 10^{32} \text{cm}^{-6}}} \\ = 3 \mu\text{m}$$

■

Ejemplo 3.2.3 Suponga que tiene una unión pn donde la concentración de impurezas no cambia de forma abrupta en la juntura, sino que lo hace de manera lineal, como se muestra en la figura 3.1, de acuerdo a la ecuación $N_d - N_a = a \cdot x$. Asuma que la concentración es simétrica, es decir, que $N_a = N_d$. Calcule las expresiones para la distribución de carga espacial en la región vacía, el campo eléctrico en la región vacía, y el potencial de barrera V_{bi} .

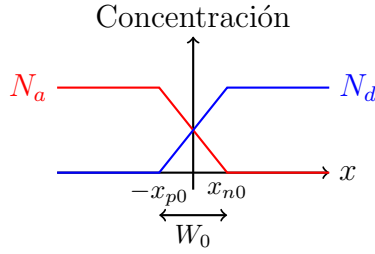


Figura 3.1: Potencial para el ejemplo 3.2.3.

Solución:

Nótese primero que $a \cdot x_{p0} = N_a = N_d = a \cdot x_{n0}$. Por lo tanto, $x_{p0} = x_{n0}$. Sea A la superficie transversal de la juntura pn. La distribución de carga por unidad de volumen será:

$$\rho(x) = q \cdot (N_d(x) - N_a(x)) = \begin{cases} -q \cdot N_a, & \text{si } -x_p < x \leq -x_{p0} \\ q \cdot a \cdot x, & \text{si } -x_{p0} \leq x < x_{n0} \\ q \cdot N_d, & \text{si } x_{n0} < x \leq x_n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Note que la primera y la tercera condición nunca ocurrirán si $x_p < x_{p0}$, por lo que en ese caso pueden omitirse.

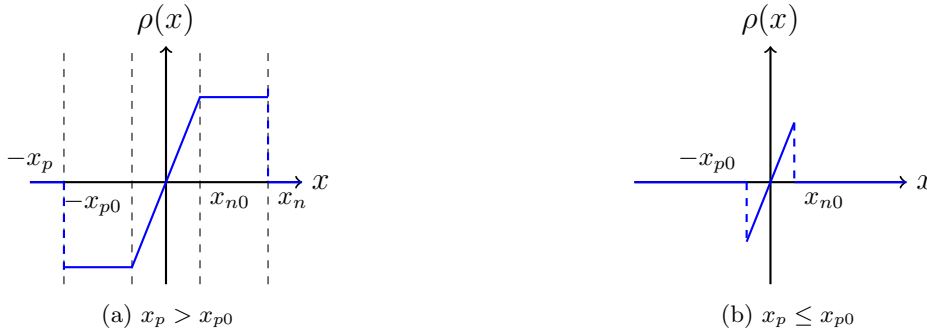


Figura 3.2: Densidad de carga

El campo eléctrico se obtiene integrando la ley de Gauss, que dice que $\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_s}$. Se supondrá que el campo eléctrico es nulo fuera de la zona de carga. Por lo tanto $E = \int_{-x_p}^x \frac{\rho(x')}{\epsilon_s} dx'$. El hecho de que la carga almacenada en el semiconductor es nula (es decir, $\int_{\text{semiconductor}} qA \cdot \rho(x) \cdot dx = 0$) implica que $x_p = x_n$. Se estudiarán dos casos:

- Si $x_p \leq x_{p0}$, entonces:

$$\rho(x) = \begin{cases} q \cdot a \cdot x, & \text{si } -x_p \leq x < x_n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$\mathcal{E}(x) = \begin{cases} \frac{-q \cdot a \cdot (x_p^2 - x^2)}{2 \cdot \epsilon_s}, & \text{si } -x_p \leq x < x_n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Si $x_p > x_{p0}$, entonces:

$$\rho(x) = \begin{cases} -q \cdot N_a, & \text{si } -x_p < x \leq -x_{p0} \\ q \cdot a \cdot x, & \text{si } -x_{p0} \leq x < x_{n0} \\ q \cdot N_d, & \text{si } x_{n0} < x \leq x_n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$\mathcal{E}(x) = \begin{cases} \frac{-q}{\epsilon_s} \cdot N_a \cdot (x + x_p), & \text{si } -x_p \leq x \leq -x_{p0} \\ \frac{-q \cdot a}{\epsilon_s} \cdot \left(N_a \cdot (x_p - x_{p0}) + \frac{a \cdot (x_{p0}^2 - x^2)}{2} \right), & \text{si } -x_{p0} \leq x < x_{n0} \\ \frac{-q}{\epsilon_s} \cdot N_a \cdot (x_n - x), & \text{si } -x_{n0} \leq x \leq -x_n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

El potencial eléctrico se obtiene mediante su definición: $V(x) - V(-x_p) = - \int_{-x_p}^x \mathcal{E}(x') dx'$.
Se supondrá que $V(-x_p) = 0$.

- Si $x_p \leq x_{p0}$, entonces:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq -x_p \\ \frac{q \cdot a \cdot (x_p + x)^2 \cdot (2x_p - x)}{6 \cdot \epsilon_s}, & \text{si } -x_p \leq x < x_{n0} \\ \frac{2q \cdot a \cdot x_p^3}{3 \epsilon_s} & \text{si } x_n \leq -x \end{cases}$$

- Si $x_p > x_{p0}$, entonces:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq -x_p \\ \frac{q \cdot N_a}{2 \epsilon_s} \cdot (x + x_p)^2, & \text{si } -x_p \leq x \leq -x_{p0} \\ \frac{q \cdot N_a \cdot (x_p - x_{p0})^2}{2 \epsilon_s} + \frac{q \cdot a \cdot (x_{p0} + x)^2 \cdot (2x_{p0} - x)}{6 \cdot \epsilon_s}, & \text{si } -x_{p0} \leq x < x_{n0} \\ \frac{q \cdot N_a \cdot (x_p - x_{p0})^2}{2 \epsilon_s} + \frac{q \cdot a \cdot 2x_{p0}^3}{3 \cdot \epsilon_s} + \frac{q \cdot N_a \cdot ((x_n - x_{n0})^2 - (x_n - x)^2)}{2 \epsilon_s}, & \text{si } -x_{n0} \leq x < x_n \\ \frac{q \cdot N_a \cdot (x_p - x_{p0})^2}{\epsilon_s} + \frac{q \cdot a \cdot 2x_{p0}^3}{3 \cdot \epsilon_s} & \text{si } x_n \leq -x \end{cases}$$

Por lo tanto, si $x_p \leq x_{p0}$, se tendrá que $V_{bi} = \frac{2q \cdot a \cdot x_p^3}{3 \epsilon_s}$. Si en cambio $x_p > x_{p0}$, se tendrá que $V_{bi} = \frac{q \cdot N_a \cdot (x_p - x_{p0})^2}{\epsilon_s} + \frac{q \cdot a \cdot 2x_{p0}^3}{3 \cdot \epsilon_s}$. Note que la fórmula $V_{bi} = \frac{kT}{q} \cdot \ln \left(\frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2} \right)$ sigue siendo válida, por lo que también $V_{bi} = \frac{2kT}{q} \cdot \ln \left(\frac{N_a}{n_i} \right)$. ■

Ejemplo 3.2.4 Se dispone de un diodo de silicio con $N_a = 2,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $N_d = 1 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ y un área transversal $A = 1 \text{ mm}^2$. Calcule la frecuencia de resonancia del circuito de la figura 3.3, vista desde los terminales de la resistencia, para cada uno de los siguientes valores de V_s , sabiendo que la temperatura de operación es $T = 300^\circ \text{ K}$

- $V_s = 1 \text{ V}$
- $V_s = 4 \text{ V}$
- $V_s = 10 \text{ V}$

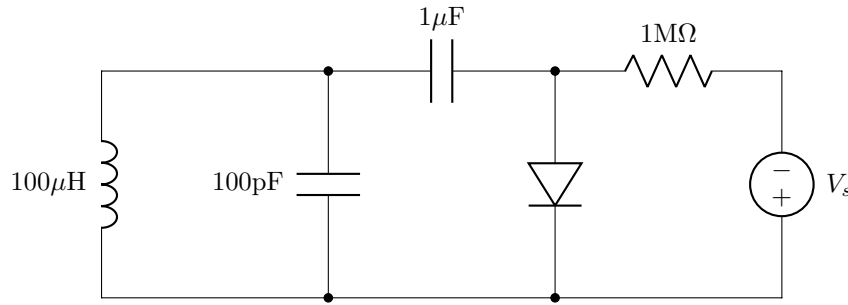


Figura 3.3: Figura del ejemplo 3.2.4

Solución:

Para los valores dados de V_s es claro que el diodo siempre estará en inverso. Por lo tanto, para su comportamiento en pequeña señal es posible aproximararlo como una capacitancia igual al valor de su capacitancia de juntura C_j . A continuación se calcula el valor de C_j para los valores dados de V_s :

El voltaje de barrera es:

$$V_{bi} = V_{bi} = \frac{kT}{q} \cdot \ln \left(\frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2} \right) = V_{bi} = 0,02585\text{V} \cdot \ln \left(\frac{2,5 \cdot 10^{15}\text{cm}^{-3} \cdot 1 \cdot 10^{16}\text{cm}^{-3}}{(1,5 \cdot 10^{10}\text{cm}^{-3})^2} \right) = 0,6575\text{V}$$

El ancho de la zona de carga es

$$\begin{aligned} W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s(V_{bi} + V_s)}{q} \cdot \frac{N_a + N_d}{N_a \cdot N_d}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 11,7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14}\text{F} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot (0,6575\text{V} + V_s)}{1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}} \cdot \frac{2,5 \cdot 10^{15}\text{cm}^{-3} + 1 \cdot 10^{16}\text{cm}^{-3}}{2,5 \cdot 10^{15}\text{cm}^{-3} \cdot 1 \cdot 10^{16}\text{cm}^{-3}}} \\ &= 804,46\text{nm} \cdot \text{V}^{-0,5} \cdot \sqrt{V_s + 0,6575\text{V}} \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$W_{1\text{V}} = 1,0357\mu\text{m}$$

$$W_{4\text{V}} = 1,7361\mu\text{m}$$

$$W_{10\text{V}} = 2,6262\mu\text{m}$$

Ahora, finalmente, se obtiene C_j como:

$$C_j = \frac{A \cdot \epsilon_s}{W} = \frac{1 \cdot 10^{-2}\text{cm}^2 \cdot 11,7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14}\text{F} \cdot \text{cm}^{-1}}{W} = \frac{1,03545 \cdot 10^{-10}\text{F} \cdot \mu\text{m}}{W}$$

Por lo que:

$$C_{j1\text{V}} = 99,978\text{pF}$$

$$C_{j4\text{V}} = 59,642\text{pF}$$

$$C_{j10\text{V}} = 39,398\text{pF}$$

Ahora se estudiará al circuito 3.3 en pequeña señal desde el punto de vista de la frecuencia. El circuito equivalente en frecuencia visto desde los terminales de la resistencia se muestra, junto a algunas simplificaciones realizadas, en la figura 3.4.

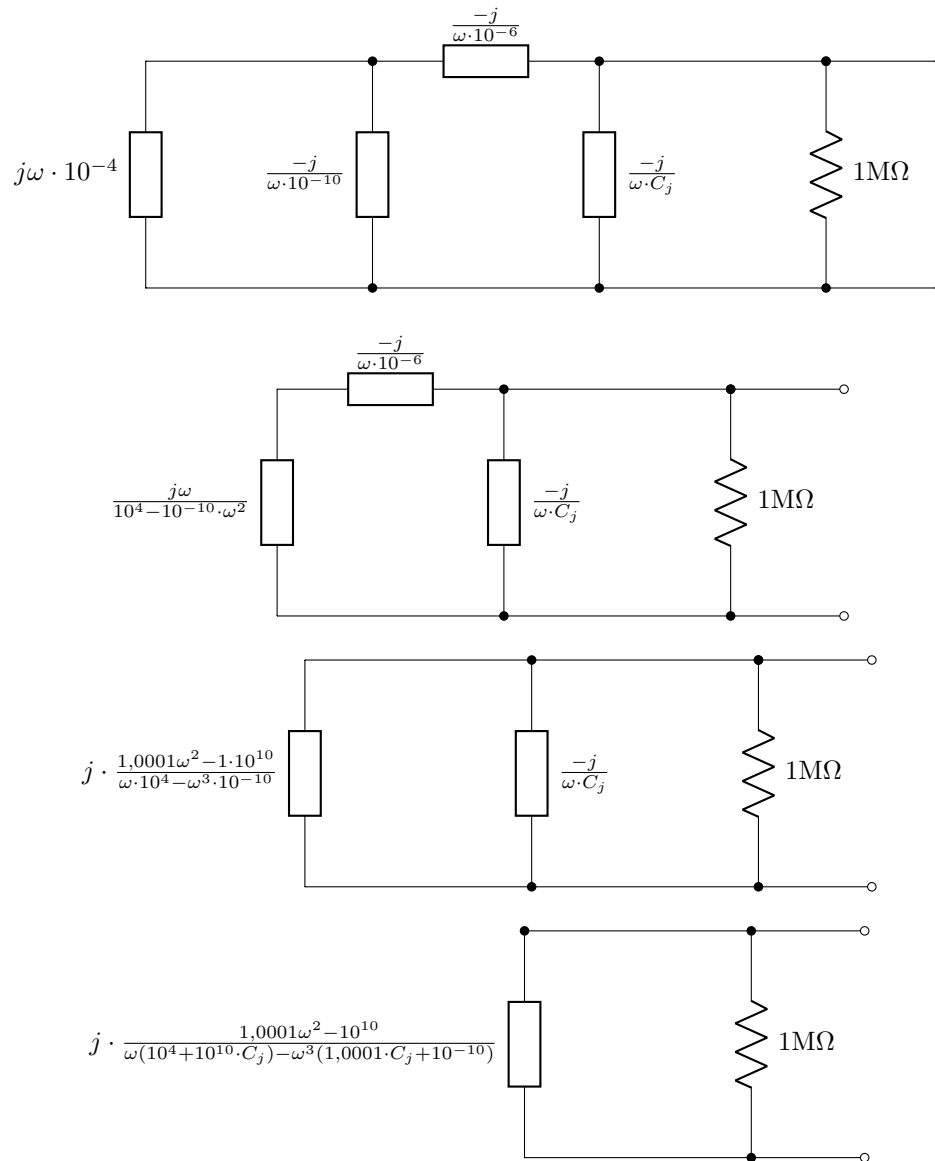


Figura 3.4: Circuito en frecuencia equivalente al circuito de la figura 3.3, junto a algunas simplificaciones

De la figura 3.4 resulta evidente que la frecuencia de resonancia será aquella para la cual

la **conductancia** de la rama reactiva de la última simplificación sea 0. Esto ocurrirá cuando:

$$\begin{aligned}
 -j \cdot \frac{\omega(10^4 + 10^{10} \cdot C_j) - \omega^3(1,0001 \cdot C_j + 10^{-10})}{1,0001\omega^2 - 10^{10}} &= 0 \\
 \Rightarrow \omega(10^4 + 10^{10} \cdot C_j) - \omega^3(1,0001 \cdot C_j + 10^{-10}) &= 0 \\
 \Rightarrow \omega(1,0001 \cdot C_j + 10^{-10}) &= 10^4 + 10^{10} \cdot C_j \\
 \Rightarrow \omega &= \sqrt{\frac{10^{10}C_j + 10^4}{1,0001 \cdot C_j + 10^{-10}}} \\
 \Rightarrow f &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{10^{10}C_j + 10^4}{1,0001 \cdot C_j + 10^{-10}}}
 \end{aligned}$$

Se tiene, finalmente, que:

$$f_{1V} = 1,125\text{MHz} \quad (3.2.1)$$

$$f_{4V} = 1,260\text{MHz} \quad (3.2.2)$$

$$f_{10V} = 1,348\text{MHz} \quad (3.2.3)$$

$$(3.2.4)$$

■

3.3. Característica corriente-voltaje

Ejemplo 3.3.1 Dos diodos A y B y una resistencia de 1000Ω se conectan en serie. La temperatura de operación es $300^\circ K$, el diodo A tiene una corriente de saturación de $0,1\mu A$, y el diodo B tiene una corriente de saturación de $0,01\mu A$. Suponga que ambas junturas pn son ideales.

- Determine los voltajes sobre cada diodo y sobre la resistencia, y la corriente del circuito, si se aplican $100V$ en inverso ($V_s = -100V$).
- Vuelva a calcular los voltajes y corrientes del circuito si ahora se aplican $100V$ en directo ($V_s = 100V$).
- Determine el cociente de la potencia disipada por el diodo B en directo (pregunta (b)) contra la potencia disipada por el mismo diodo en inverso (pregunta (a)).

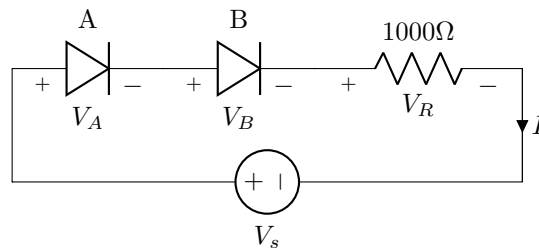


Figura 3.5: Figura del ejemplo 3.3.1

Solución:

- (a) Ambos diodos estarán polarizados en inverso. Si consideramos que son ideales, en inverso los diodos no podrán conducir una corriente mayor a su corriente de saturación. Como $I_{sB} = 0,01\mu\text{A} < 0,1\mu\text{A} = I_{sA}$, es de esperarse que la corriente por el circuito sea $I = -I_{sB} = -0,01\mu\text{A}$. Si este es el caso, el voltaje en la resistencia será $V_R = -0,01\mu\text{A} \cdot 1000\Omega = -0,01\text{mV}$. El voltaje en A se determina de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} I &= I_{sA} \cdot \left(e^{V_A/V_t} - 1 \right) \\ \Rightarrow 0,01\mu\text{A} &= -0,1\mu\text{A} \cdot \left(e^{V_A/V_t} - 1 \right) \\ \Rightarrow -0,1 &= e^{V_A/V_t} - 1 \\ \Rightarrow \frac{V_A}{V_t} &= \ln(0,9) = -0,105 \\ \Rightarrow V_A &= -0,105 \cdot V_t = -0,105 \cdot 25,85\text{mV} = -2,7\text{mV} \end{aligned}$$

Por lo tanto el voltaje en B será $V_B = -100\text{V} + 2,7\text{mV} + 0,01\text{mV} = -99,997\text{V}$. Finalmente podemos comprobar nuestra suposición calculando I_B :

$$I = I_B = I_{sB} \cdot \left(e^{V_B/V_t} - 1 \right) = 0,01\mu\text{A} \cdot \left(e^{99,997\text{V}/25,85\text{mV}} - 1 \right) = -0,01\mu\text{A}$$

- (b) El problema se resolverá mediante aproximaciones sucesivas. Para la primera aproximación se tomará $V_A = V_B = 0,7\text{V}$. En ese caso $I = \frac{100\text{V} - 2 \cdot 0,7\text{V}}{41000\Omega} = 98,6\text{mA}$. Los voltajes de los diodos se determinan como:

$$\begin{aligned} I &= I_{sA} \cdot \left(e^{V_A/V_t} - 1 \right) \approx I_{sA} \cdot e^{V_A/V_t} \\ \Rightarrow V_A &= V_t \cdot \ln\left(\frac{I}{I_{sA}}\right) = 25,85\text{mV} \cdot \ln\left(\frac{98,6\text{mA}}{0,1\mu\text{A}}\right) = 0,357\text{V} \\ V_B &= V_t \cdot \ln\left(\frac{I}{I_{sB}}\right) = 25,85\text{mV} \cdot \ln\left(\frac{98,6\text{mA}}{0,01\mu\text{A}}\right) = 0,416\text{V} \end{aligned}$$

Con estos voltajes la corriente sería $I = \frac{100\text{V} - 0,357\text{V} - 0,416\text{V}}{41000\Omega} = 99,2\text{mA}$. Con este valor se vuelven a calcular los voltajes en los diodos:

$$\begin{aligned} V_A &= V_t \cdot \ln\left(\frac{I}{I_{sA}}\right) = 25,85\text{mV} \cdot \ln\left(\frac{99,2\text{mA}}{0,1\mu\text{A}}\right) = 0,357\text{V} \\ V_B &= V_t \cdot \ln\left(\frac{I}{I_{sB}}\right) = 25,85\text{mV} \cdot \ln\left(\frac{99,2\text{mA}}{0,01\mu\text{A}}\right) = 0,416\text{V} \end{aligned}$$

Como los valores no cambiaron, se concluye que estos son los valores reales de los voltajes, y que la corriente es 99,2mA.

- (c) Cuando está polarizado en inverso, la potencia disipada por el diodo B es:

$$P_{B_{inverso}} = (-0,01\mu\text{A}) \cdot (-99,997\text{V}) = 0,99997 \cdot \mu\text{W}$$

Cuando está polarizado en directo es:

$$P_{B_{directo}} = (99,2\text{mA}) \cdot (0,416\text{V}) = 41,27 \cdot \text{mW}$$

Por lo tanto:

$$\frac{P_{B_{directo}}}{P_{B_{inverso}}} = \frac{41,27 \cdot \text{mW}}{0,99997 \cdot \mu\text{W}} = 41271,24$$



Ejemplo 3.3.2 El área de la sección transversal de una unión $p+n$ de silicio es $1 \cdot 10^{-6} m^2$. La región n está dopada con $N_d = 5 \cdot 10^{20} m^{-3}$ y la región $p+$ está dopada con $N_a = 5 \cdot 10^{25} m^{-3}$. El tiempo de vida de los huecos en la región n es $0,1 \mu s$ y el tiempo de vida de los electrones en la región p es $0,005 \mu s$. La corriente en el diodo es de $1 mA$. La temperatura de operación es $300^\circ K$. Calcule:

- Cuán lejos penetran los huecos en la región n .
- La densidad de huecos inyectados en el borde de la región n desde la región vacía.
- La razón de la densidad de huecos minoritarios inyectados contra la densidad de electrones mayoritarios presentes en la región n .
- La cantidad total de carga en exceso en la región n debido a los huecos inyectados.

Solución:

- (a) En promedio, los huecos penetrarán en la región n una distancia igual a:

$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_n} = \sqrt{12,41 \frac{cm^2}{s} \cdot 0,1 \mu s} = 11,14 \cdot 10^{-4} cm$$

- (b) Las concentraciones de portadores en equilibrio son:

$$p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_d} = \frac{(1,5 \cdot 10^{10} cm^{-3})^2}{5 \cdot 10^{14} cm^{-3}} = 4,5 \cdot 10^5 cm^{-3}$$

$$n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_a} = \frac{(1,5 \cdot 10^{10} cm^{-3})^2}{5 \cdot 10^{19} cm^{-3}} = 4,5 cm^{-3}$$

La longitud de difusión de los electrones es:

$$L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_n} = \sqrt{34,90 \frac{cm^2}{s} \cdot 0,005 \mu s} = 4,18 \cdot 10^{-4} cm$$

La corriente de saturación es:

$$I_s = qA \cdot \left[\frac{D_n \cdot n_{p0}}{L_n} + \frac{D_p \cdot p_{n0}}{L_p} \right]$$

$$= 1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 1 \cdot 10^{-2} cm^2 \cdot \left[\frac{12,41 \frac{cm^2}{s} \cdot 4,5 cm^{-3}}{4,18 \cdot 10^{-4} cm} + \frac{12,41 \frac{cm^2}{s} \cdot 4,5 \cdot 10^5 cm^{-3}}{11,14 \cdot 10^{-4} cm} \right]$$

$$= 8,02 \cdot 10^{-12} A$$

Note que como hubiese sido más rápido utilizar la aproximación $I_s \approx qA \cdot \frac{D_p \cdot p_{n0}}{L_p}$, pues la juntura es $p+n$.

Como $I = I_s \cdot (e^{V_a/V_t} - 1)$:

$$1 mA = 8,02 \cdot 10^{-12} A \cdot (e^{V_a/25,85 mV} - 1)$$

$$\Rightarrow e^{V_a/25,85 mV} - 1 = \frac{1 \cdot 10^{-3} A}{8,02 \cdot 10^{-12} A} = 1,257 \cdot 10^8$$

$$\Rightarrow V_a = 25,85 mV \cdot \ln(1,257 \cdot 10^8 + 1) = 0,482 V$$

Por lo tanto:

$$\delta p_n(x_n) = p_{n0} \cdot (e^{V_a/V_t} - 1) = 4,5 \cdot 10^5 \text{cm}^{-3} \cdot (e^{482\text{mV}/25,85\text{mV}} - 1) = 5,637 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3}$$

(c) La razón pedida es

$$\frac{\delta p_n(x_n)}{n_{n0}} = \frac{5,637 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3}}{5 \cdot 10^{14} \text{cm}^{-3}} = 0,113$$

Por lo tanto, el diodo está cerca de la condición de alta inyección

(d) La densidad de portadores en exceso en la región n es

$$\delta p_n(x) = \delta p_n(x_n) \cdot e^{(x_n-x)/L_p}$$

Por lo tanto, la carga positiva en exceso debida a los huecos en exceso en esta región será

$$\begin{aligned} Q^+ &= \int_{x_n}^{\infty} qA\delta p_n(x) = \int_{x_n}^{\infty} qA\delta p_n(x_n) \cdot e^{(x_n-x)/L_p} = qA \cdot \delta p_n(x_n) \cdot L_p \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 1 \cdot 10^{-2} \text{cm}^2 \cdot 5,637 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3} \cdot 11,14 \cdot 10^{-4} \text{cm} = 1,028 \cdot 10^{-10} \text{C} \end{aligned}$$

Es importante mencionar que en la región n existe una carga igual pero de signo contrario debida a los electrones en exceso, por lo que la región n sigue siendo neutral.

■

Ejemplo 3.3.3 Se tiene una unión n+p de silicio a 300°K con $N_d = 10^{19} \text{cm}^{-3}$, $N_a = 10^{15} \text{cm}^{-3}$ y con un área transversal $A = 3,14 \text{mm}^2$. Se sabe que $\tau_n = \tau_p = 10^{-7} \text{s}$, $L_p = 10^{-3} \text{cm}$, y $L_n = 2 \cdot 10^{-3} \text{cm}$. Este diodo se conecta en el circuito mostrado en la figura 3.6.

- (a) Para cada posición del interruptor S calcule el voltaje y la corriente por el diodo, la capacitancia de juntura, la capacitancia de difusión, y la resistencia de pequeña señal del diodo.
- (b) Considere que el interruptor ha estado por bastante tiempo en la posición 1, y que en el instante $t = 0$ pasa a la posición 2. Calcule la corriente $I_D(t)$ y el voltaje $V_D(t)$ para $t = 0^+$ y explique como determinaría, analíticamente, $I_D(t)$ y $V_D(t)$ para $t \geq 0$.
- (c) La temperatura aumenta 3°K con el interruptor en la posición 1. ¿Cuáles son los nuevos valores de la corriente y el voltaje en el diodo?

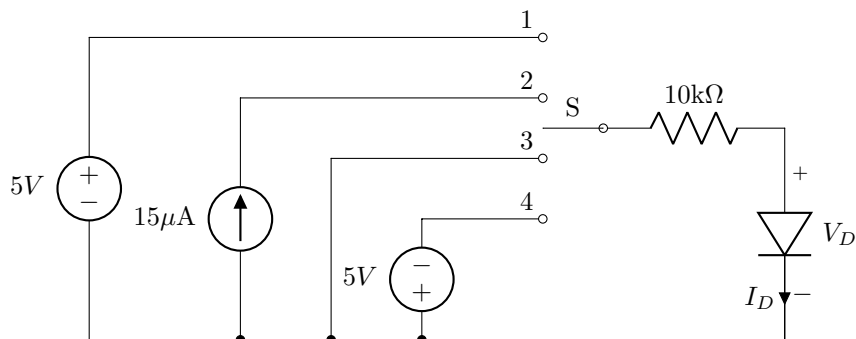


Figura 3.6: Figura del ejemplo 3.3.3

Solución:

(a) Las concentraciones en equilibrio son:

$$\begin{aligned} p_{p0} &= N_a = 10^{15} \text{cm}^{-3} \\ n_{n0} &= N_d = 10^{19} \text{cm}^{-3} \\ p_{n0} &= \frac{n_i^2}{n_{n0}} = \frac{(1,5 \cdot 10^{10})^2}{10^{19} \text{cm}^{-3}} = 22,5 \text{cm}^{-3} \\ n_{p0} &= \frac{n_i^2}{p_{p0}} = \frac{(1,5 \cdot 10^{10})^2}{10^{15} \text{cm}^{-3}} = 2,25 \cdot 10^5 \text{cm}^{-3} \end{aligned}$$

A 300°K el potencial de barrera es

$$V_{bi} = \frac{kT}{q} \cdot \ln \left(\frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2} \right) = 0,02585 \text{V} \cdot \ln \left(\frac{10^{15} \text{cm}^{-3} \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}}{(1,5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3})^2} \right) = 0,812 \text{V}$$

Y la corriente de saturación es

$$\begin{aligned} I_s &= qA \cdot \left[\frac{n_{p0} \cdot L_n}{\tau_n} + \frac{p_{n0} \cdot L_p}{\tau_p} \right] \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 3,14 \cdot 10^{-2} \text{cm}^2 \cdot \left[\frac{2,25 \cdot 10^5 \text{cm}^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{cm}}{10^{-7} \text{s}} + \frac{22,5 \text{cm}^{-3} \cdot 10^{-3} \text{cm}}{10^{-7} \text{s}} \right] \\ &= 2,26 \cdot 10^{-11} \text{A} \end{aligned}$$

El ancho de la juntura es:

$$\begin{aligned} W &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s(V_{bi} - V_D)}{q} \cdot \frac{N_a + N_d}{N_a \cdot N_d}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 11,7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14} \cdot \text{F} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot (0,812 \text{V} - V_D)}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}} \cdot \frac{10^{15} \text{cm}^{-3} + 10^{19} \text{cm}^{-3}}{10^{15} \text{cm}^{-3} \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}}} \\ &= 1,138 \cdot \sqrt{0,812 \text{V} - V_D} \cdot \mu\text{m} \cdot \text{V}^{-0,5} \end{aligned}$$

Por lo que la capacitancia de juntura es

$$C_j = \frac{\epsilon_s \cdot A}{W} = \frac{11,7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14} \cdot \text{F} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot 3,14 \cdot 10^{-2} \text{cm}^2}{1,138 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{0,812 \text{V} - V_D} \cdot \text{cm} \cdot \text{V}^{-0,5}} = \frac{285,7 \text{pF}}{\sqrt{0,812 \text{V} - V_D} \cdot \text{V}^{-0,5}}$$

Como la juntura es de un sólo lado, es válida la aproximación $C_d = \frac{\tau_{n0}}{2 \cdot r_d}$. Finalmente, se sabe que $r_d = \frac{V_c}{I_D}$

- Si S está en la posición 1, se procede por iteraciones sucesivas suponiendo inicialmente que $V_D = 0,7 \text{V}$. En ese caso:

$$I_D = \frac{5 \text{V} - 0,7 \text{V}}{10 \text{k}\Omega} = 0,43 \text{mA}$$

Luego

$$V_D \approx kT \cdot \ln \left(\frac{I}{I_s} \right) = 0,02585 \text{V} \cdot \ln \left(\frac{0,43 \text{mA}}{2,26 \cdot 10^{-11} \text{A}} \right) = 0,433 \text{V}$$

Con este nuevo voltaje

$$I_D = \frac{5V - 0,433V}{10k\Omega} = 0,457mA$$

Y

$$V_D \approx 0,02585V \cdot \ln\left(\frac{0,457mA}{2,26 \cdot 10^{-11}A}\right) = 0,435V$$

Como el voltaje apenas cambió en la última iteración se concluye que $V_D = 0,435V$ e $I_D = 0,457mA$. Por lo tanto:

$$C_j = \frac{285,7pF}{\sqrt{0,812V - 0,435V} \cdot V^{-0,5}} = 465,3pF$$

$$r_d = \frac{25,85mV}{0,457mA} = 56,56\Omega$$

$$C_d = \frac{10^{-7}s}{2 \cdot 56,56\Omega} = 884pF$$

- Si S está en la posición 2, se tiene que $I_D = 15\mu A$, por lo que:

$$V_D \approx 0,02585 \cdot \ln\left(\frac{15\mu A}{2,26 \cdot 10^{-11}A}\right) = 0,347V$$

$$C_j = \frac{285,7pF}{\sqrt{0,812V - 0,347V} \cdot V^{-0,5}} = 419pF$$

$$r_d = \frac{25,85mV}{15\mu A} = 1,723k\Omega$$

$$C_d = \frac{10^{-7}s}{2 \cdot 56,56\Omega} = 29nF$$

- Si S está en la posición 3, se tiene que $I_D = 0A$, por lo que también $V_D = 0V$. La capacitancia de juntura será:

$$C_j = \frac{285,7pF}{\sqrt{0,812V - 0V} \cdot V^{-0,5}} = 317pF$$

La resistencia de pequeña señal no corresponde a la que se obtendría con la fórmula usada anteriormente, pues no se cumple que $V_D \gg V_t$. Por lo tanto se calcula:

$$r_d = \frac{\partial V_D}{\partial I_D} \Big|_{I_D=0} = \left(\frac{\partial I_D}{\partial V_D} \Big|_{V_D=0} \right)^{-1} = \left(\frac{\partial I_s \cdot (e^{V_D/V_t} - 1)}{\partial V_D} \Big|_{V_D=0} \right)^{-1} \quad (3.3.1)$$

$$= \left(\frac{1}{V_t} \cdot I_s \cdot e^{V_D/V_t} \Big|_{V_D=0} \right)^{-1} = \left(\frac{I_s}{V_t} \right)^{-1} = \frac{V_t}{I_s} = \frac{25,85mV}{2,26 \cdot 10^{-11}A} \quad (3.3.2)$$

$$= 1,144 \text{ G}\Omega \quad (3.3.3)$$

El calculo de la capacitancia de difusión es mucho más complicado, por lo que no se realizará. Sin embargo, intuitivamente se observa que su valor será mucho menor que el de la capacitancia de juntura, por lo que puede aproximarse como $C_j = 0F$.

- Si el interruptor está en la posición 4, se tendrá que el diodo está polarizado en inverso, por lo que se asumirá inicialmente que $I_D = -I_s$ y se procederá mediante aproximaciones sucesivas:

$$V_D = -5V - (-I_s) \cdot 10k\Omega = -5V + 2,26 \cdot 10^{-11}A \cdot 10k\Omega = -5V$$

$$I_D = 2,26 \cdot 10^{-11}A \cdot \left(e^{-5V/0,02585V} - 1 \right) = -2,26 \cdot 10^{-11}A$$

Por lo que la aproximación es correcta. Intuitivamente, por la forma de la característica corriente-voltaje del diodo, es claro que $r_d \approx \infty$. Un análisis riguroso, como el del caso anterior, implica que $r_d = \frac{0,02585V}{2,26 \cdot 10^{-11}A \cdot e^{-5V/0,02585V}} = 1,151 \cdot 10^{93}\Omega$. En la práctica este valor será mucho menor, gracias a la corriente de generación. Sin embargo, seguirá siendo prácticamente infinito. Y, al igual que en el caso anterior, se tiene que $C_j = 0F$

- (b) A partir de $t = 0$ se tendrá, por la fuente de corriente, que $I_D = 15\mu A$. Las capacitancias de juntura y difusión (o, realmente, la carga acumulada en el diodo), sin embargo, no dejarán que el voltaje cambie instantaneamente de $0,435V$ a $0,347V$. El circuito equivalente en este caso es el mostrado en la figura 3.7. Se ha enfatizado en esta que $C = C_j + C_d$ es función de V_D , y se ha supuesto que en el diodo dibujado no existe ninguna capacitancia de difusión ni de juntura.

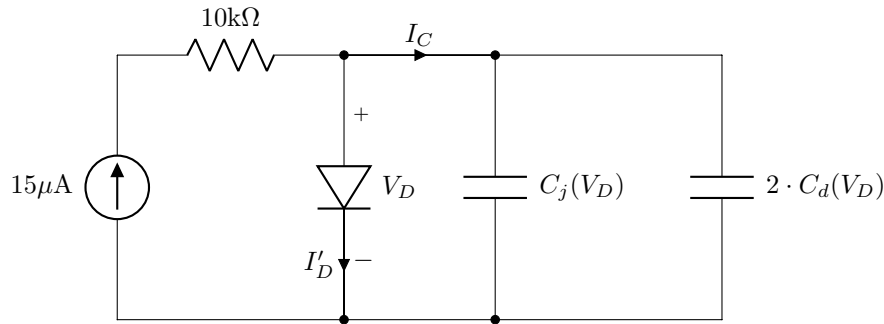


Figura 3.7: Circuito equivalente para la transición del interruptor desde la posición 1 a la posición 2.

Determinar analíticamente el valor de $V_D(t)$ implica resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$15\mu A = I_D' + I_C = I_s \cdot \left(e^{(V_D/V_t)} - 1 \right) + 2 \cdot C(V_D) \cdot \frac{dV_D}{dt}$$

donde

$$C(V_D) = C_j(V_D) + 2 \cdot C_d(V_D) = \frac{285,7pF}{\sqrt{0,812V - V_D} \cdot V^{-0,5}} + \frac{\tau_{n0} \cdot I_s \cdot \left(e^{(V_D/V_t)} - 1 \right)}{V_t}$$

Y la condición inicial es $V_D(0^+) = 0,435V$.

Nota: El lector puede, con razón, preguntarse por qué en la figura 3.4 se utilizó una capacitancia de $2 \cdot C_d(V_D)$ en lugar de $C_d(V_D)$. Es correcto utilizar C_D cuando se estudia el comportamiento de pequeña señal, que no es el caso en este problema. El valor correcto de la capacitancia a utilizar en este caso es $\frac{\partial Q_{\text{extra}}}{\partial V_D}$ donde

$$Q_{\text{extra}} = qA \cdot \left(\int_{\text{región n}} \delta p_n(x) dx + \int_{\text{región p}} \delta n_p(x) dx \right)$$

Realizando este cálculo se obtiene que $\frac{\partial Q_{\text{extra}}}{\partial V_D} = 2 \cdot C_d$.

- (c) Si la temperatura sube a $303^\circ K$ se tendrá que $kT/q = 0,02612V$. Luego:

$$V_{bi} = \frac{kT}{q} \cdot \ln \left(\frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2} \right) = 0,02612V \cdot \ln \left(\frac{10^{15} \text{cm}^{-3} \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}}{(1,5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3})^2} \right) = 0,821V$$

Suponiendo que L_p , L_n , τ_p y τ_n no cambian con la temperatura se tendrá que I_s tampoco cambia, por lo que $I_s = 2,26 \cdot 10^{-11}A$.

Procediendo nuevamente por aproximaciones sucesivas, suponiendo inicialmente que $V_D = 0,435V$:

$$I_D = \frac{5V - 0,435V}{10k\Omega} = 0,457mA$$

$$V_D \approx kT \cdot \ln\left(\frac{I}{I_s}\right) = 0,02612V \cdot \ln\left(\frac{0,457mA}{2,26 \cdot 10^{-11}A}\right) = 0,439V$$

$$I_D = \frac{5V - 0,439V}{10k\Omega} = 0,456mA$$

$$V_D \approx kT \cdot \ln\left(\frac{I}{I_s}\right) = 0,02612V \cdot \ln\left(\frac{0,456mA}{2,26 \cdot 10^{-11}A}\right) = 0,439V$$

Por lo tanto $I_D = 0,456mA$ y $V_D = 0,439V$.

■

3.4. Sobre la polarización en directo

Se sabe que el ancho W de la zona de carga, cuando se aplica un voltaje V_{pn} en directo sobre la juntura pn, viene dado por:

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s(V_{bi} - V_{pn})}{q} \cdot \frac{N_a + N_d}{N_a \cdot N_d}} \tag{3.4.1}$$

Es claro que la ecuación 3.4.1 no tiene sentido físico, y por lo tanto no es válida, cuando $V_{pn} > V_{bi}$. Sin embargo, es difícil conseguir en la literatura un comentario al respecto. Como se verá a continuación, es prácticamente imposible llegar a esa situación.

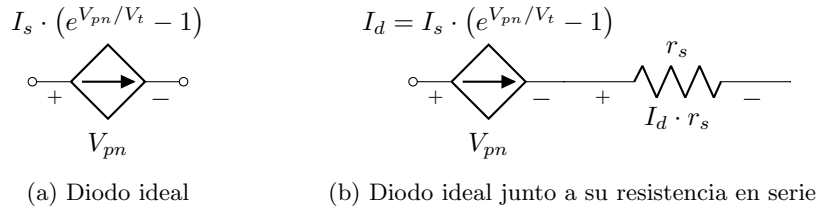


Figura 3.8: Modelo ideal del diodo con y sin su resistencia en serie.

En la figura 3.8a se muestra el modelo ideal del diodo. Al momento de derivar este modelo se supuso que el campo eléctrico fuera de la zona de carga es despreciable. Esta suposición es acertada para valores pequeños de I_d . Para valores grandes de I_d , en cambio, hay que tomar en cuenta el efecto del campo eléctrico fuera de la zona de carga. Una buena aproximación para modelar el efecto de este campo es agregar una resistencia en serie al modelo. El valor de esta resistencia se puede estimar como la resistencia del bloque semiconductor que forma la juntura. En la figura 3.8b se muestra el modelo que resulta al agregar esta resistencia.

Del modelo de la figura 3.8b es claro que el voltaje aplicado sobre el diodo es $V_a = V_{pn} + I_d \cdot r_s = V_{pn} + I_s \cdot (e^{V_{pn}/V_t} - 1) \cdot r_s$, por lo que sólo una fracción de este voltaje (V_{pn}) está, efectivamente, sobre la juntura.

En la figura 3.9a se muestra la corriente, con y sin considerar la resistencia en serie, de un diodo de silicio con $N_a = 10^{16}cm^{-3}$, $N_d = 10^{15}cm^{-3}$, $T = 300^\circ K$, $A = 10^{-2}cm^2$ y $w_n = w_p = 0,1cm$. En este caso

$V_{bi} = 0,634\text{V}$ y $r_s = 59,2\Omega$. En la figura 3.9b se muestra el voltaje efectivo sobre la juntura en función del voltaje aplicado. Se observa que el voltaje efectivo es prácticamente igual al aplicado hasta que $V_a \approx 0,45\text{V}$. También se observa que cuando $V_{pn} = V_{bi} = 0,634\text{V}$, el voltaje aplicado $V_a = 2,25\text{V}$ es casi cuatro veces mayor.

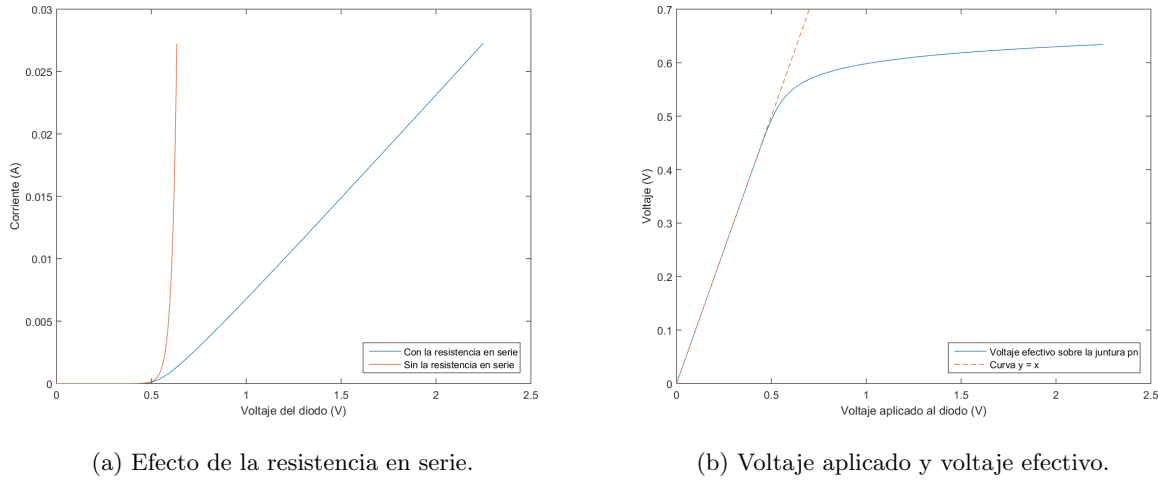


Figura 3.9: Efecto de la resistencia en serie.

Es importante destacar que cuando el voltaje sobre la juntura aumenta hay que considerar también los efectos de alta inyección. Por lo tanto, el modelo presentado aquí es sólo una primera aproximación. En cualquier caso, a medida que V_{pn} se acerca a V_{bi} la potencia disipada por el diodo aumenta muy rápidamente, por lo que el dispositivo probablemente sufrirá un daño irreparable antes de que V_{pn} sea igual a V_{bi} .

3.5. Sobre la polarización en inverso y los diodos Zener

Existen dos efectos de ruptura distintos: el efecto avalancha y el efecto Zener. Se tiene, aproximadamente, que el efecto Zener es dominante cuando el voltaje de ruptura es menor que $4 \cdot \frac{E_g}{q}$, que el efecto avalancha es dominante cuando el voltaje de ruptura es mayor que $6 \cdot \frac{E_g}{q}$, y que para valores del voltaje de ruptura entre $4 \cdot \frac{E_g}{q}$ y $6 \cdot \frac{E_g}{q}$ ambos efectos deben ser considerados. En el caso del silicio se tiene que $4 \cdot \frac{1,12\text{eV}}{q} = 4,48\text{V}$ y $6 \cdot \frac{1,12\text{eV}}{q} = 6,72\text{V}$. Se observa, por lo tanto, que la mayoría de los diodos Zener funcionan gracias al efecto avalancha. Esta aparente contradicción en el nombre de estos dispositivos se debe a que originalmente se pensaba que el único efecto de ruptura que existía era el debido al “*tunneling*” cuántico; es decir, al efecto Zener.

Ambos efectos son distintos en naturaleza, y por lo tanto las curvas características de los diodos Zener son distintas en función de cuál es el efecto de ruptura dominante en ellos. A continuación se considerarán brevemente ambos efectos.

El efecto Zener se debe al “*tunneling*” cuántico. Una aproximación de la corriente en este caso es:

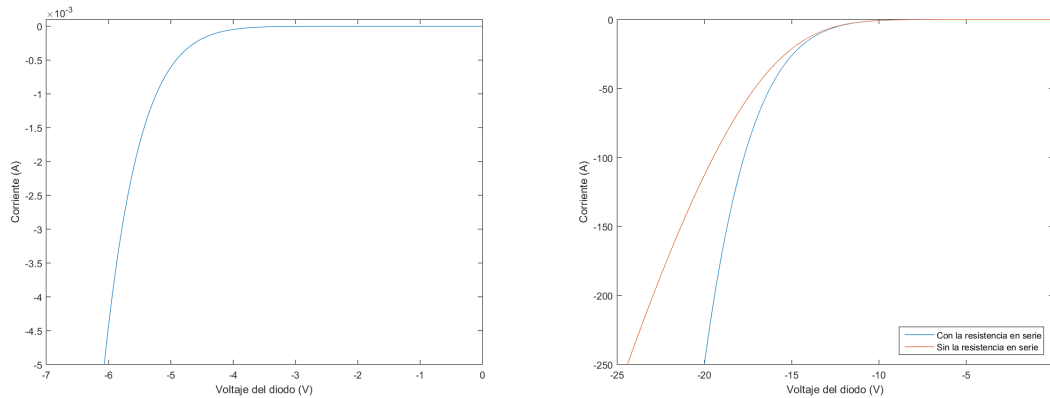
$$I = \frac{A \cdot \sqrt{2m^*} \cdot q^3 \cdot \bar{\mathcal{E}} \cdot V_a}{4 \cdot \pi^2 \cdot \hbar^2 \cdot \sqrt{E_g}} \cdot \Theta$$

Donde V_a es el voltaje inverso aplicado, $\bar{\mathcal{E}}$ es el campo eléctrico medio en la juntura, m^* es un promedio de la masa efectiva de los electrones y los huecos (como se muestra en la sección 3.6.5.1), y Θ es la probabilidad

de “*tunneling*”, que puede ser aproximada como

$$\Theta = \exp\left(\frac{-4 \cdot \sqrt{2m^*} \cdot E_g^{3/2}}{3 \cdot q \cdot \hbar \cdot \mathcal{E}}\right)$$

En la figura 3.10a se muestra la característica corriente voltaje de un diodo Zener con $N_a = 10^{19} \text{cm}^{-3}$, $N_d = 10^{19} \text{cm}^{-3}$, $T = 300^\circ \text{K}$, $A = 10^{-2} \text{cm}^2$ y $w_n = w_p = 0,1 \text{cm}$. Se observa que la curva es una exponencial relativamente suave. Como el efecto Zener se presenta sólo para junturas altamente dopadas, en estos diodos la resistencia en serie es relativamente pequeña. Por lo tanto su efecto no será notado hasta que la corriente sea muy alta, momento en el cuál el diodo probablemente ya habrá dejado de funcionar. En la figura 3.10b se compara la característica corriente voltaje del diodo Zener con y sin la resistencia en serie. En este caso su valor es de $0,0176\Omega$.



(a) Característica corriente voltaje de un diodo Zener, debida al efecto Zener.

(b) Efecto de la resistencia en serie.

Figura 3.10: Característica corriente voltaje de un diodo Zener, debida al efecto Zener, de acuerdo a la aproximación presentada en esta sección.

El efecto de avalancha se debe, en cambio, a la generación de pares electrón-hueco en la zona de carga debido a “choques” de electrones con los átomos del semiconductor. Para que este efecto ocurra es necesario que los electrones tengan la suficiente energía (velocidad) como para ionizar un átomo, por lo que se necesita que el campo eléctrico supere cierto valor mínimo.

Si no se considera la corriente de generación se tiene que cualquiera de las siguientes dos ecuaciones diferenciales describe el efecto avalancha:

$$\frac{dI_p}{dx} + (\alpha_n - \alpha_p) \cdot I_p = \alpha_n \cdot I$$

$$\frac{dI_n}{dx} + (\alpha_p - \alpha_n) \cdot I_n = \alpha_p \cdot I$$

Donde α_n y α_p son las tasas de ionización de huecos y electrones (y dependen del campo eléctrico), I es la corriente total por el diodo, I_n es la corriente de electrones, e I_p es la corriente de huecos. Resolviendo estas ecuaciones diferenciales se obtiene que:

$$I = M_n \cdot I_{n0} + M_p \cdot I_{p0}$$

Donde

$$M_n = \frac{1}{1 - \int_{-x_p}^{x_n} \alpha_n \cdot \exp\left(\int_{-x_p}^x (\alpha_p - \alpha_n) dx'\right) dx}$$

$$M_p = \frac{1}{1 - \int_{-x_p}^{x_n} \alpha_p \cdot \exp\left(\int_x^{x_n} (\alpha_n - \alpha_p) dx'\right) dx}$$

Para el silicio es válida la aproximación

$$\alpha_p(\mathcal{E}) = \frac{q \cdot \mathcal{E}}{E_{I_p}} \cdot \exp\left(\frac{-\mathcal{E}_I}{\mathcal{E}}\right)$$

$$\alpha_n(\mathcal{E}) = \frac{q \cdot \mathcal{E}}{E_{I_n}} \cdot \exp\left(\frac{-\mathcal{E}_I}{\mathcal{E}}\right)$$

Donde $E_{I_n} = 3,6\text{eV}$, $E_{I_p} = 5,0\text{eV}$, y $\mathcal{E}_I = 1,9 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$

En la figura 3.11 se muestra la característica corriente voltaje en inverso, debida al efecto avalancha, de un diodo de silicio con $N_a = 10^{16}\text{cm}^{-3}$, $N_d = 10^{15}\text{cm}^{-3}$, $T = 300^\circ\text{K}$, $A = 10^{-2}\text{cm}^2$ y $w_n = w_p = 0,1\text{cm}$

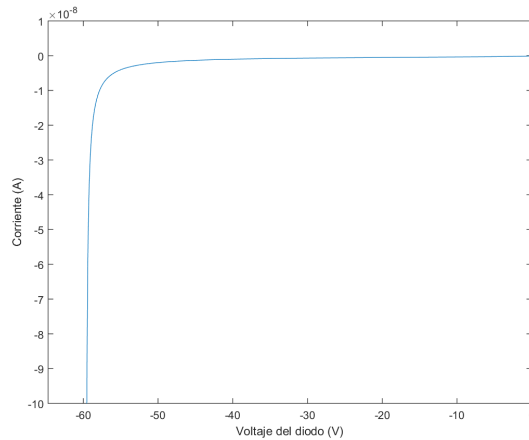


Figura 3.11: Característica corriente voltaje de un diodo Zener, debida al efecto avalancha, de acuerdo a la aproximación presentada en esta sección.

Se observa que en el caso del efecto avalancha la caída es mucho más abrupta. Se destaca de la figura 3.11 el pequeño valor de la corriente de ruptura. Sin embargo, hay que recordar que la corriente de saturación es, en este caso, $I_s = 2,53 \cdot 10^{-13}\text{A}$. Adicionalmente, este orden de magnitud de la corriente coincide con los observados en la literatura para diodos de silicio. En la práctica los diodos Zener son capaces de manejar valores de corriente mucho más elevados. Esta discrepancia posiblemente se deba a la utilización de otro material distinto al silicio, y a una mayor área transversal del diodo. En este caso no se presenta la curva característica del diodo al considerar la resistencia en serie ya que, al ser los valores obtenidos para la corriente tan pequeños, ésta es despreciable.

Como confirmación cualitativa de lo expuesto en esta sección se muestra en la figura 3.12 la curva corriente voltaje de algunos de los diodos Zener de la serie BZX85 de Vishay. En ella se observa como la ruptura de la juntura es más suave para los Zeners de bajo voltaje, y más abrupta para los Zeners de alto voltaje.

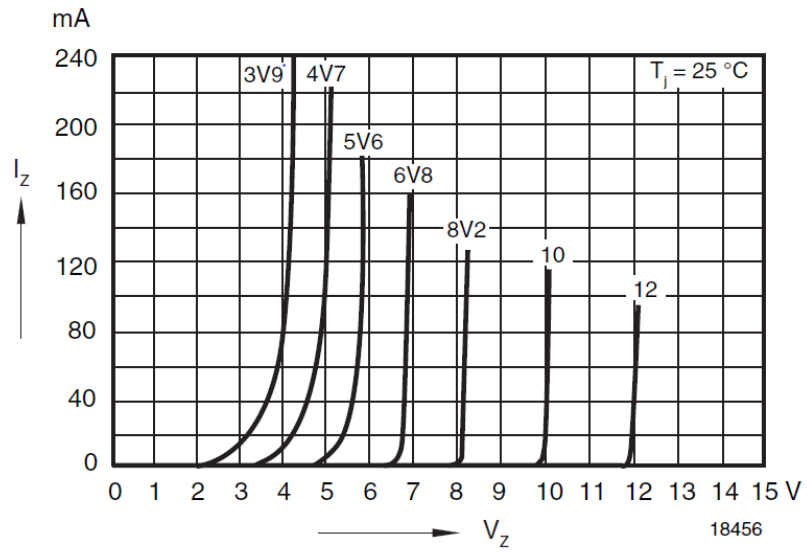


Figura 3.12: Característica corriente voltaje de algunos diodos Zener de la serie BZX85 de Vishay.

3.6. Fórmulas útiles

3.6.1. Electromagnetismo

Ley de Gauss (en una dimensión):

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_s}$$

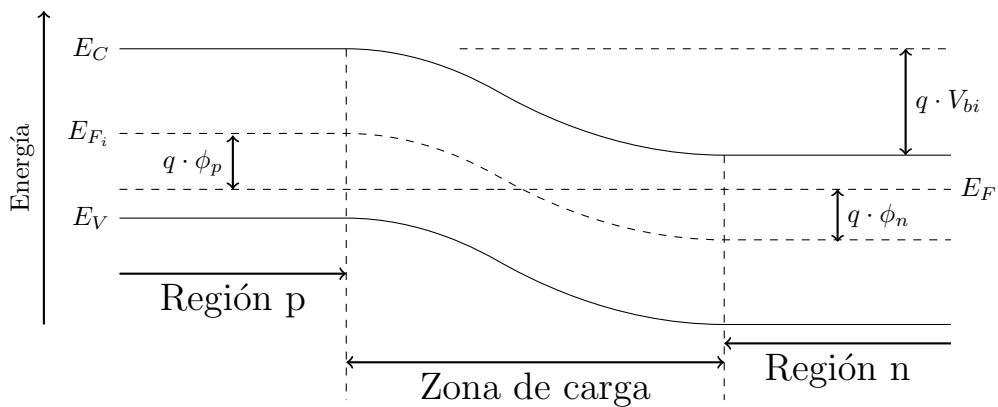
ρ = Densidad de carga

ϵ_s = Permitividad del silicio.

Definición del potencial eléctrico (en una dimensión):

$$-\frac{d\Phi}{dx} = \mathcal{E}$$

3.6.2. La juntura PN en equilibrio



$$\phi_p = \frac{kT}{q} \cdot \ln \left(\frac{N_a}{n_i} \right)$$

$$\phi_n = \frac{kT}{q} \cdot \ln \left(\frac{N_d}{n_i} \right)$$

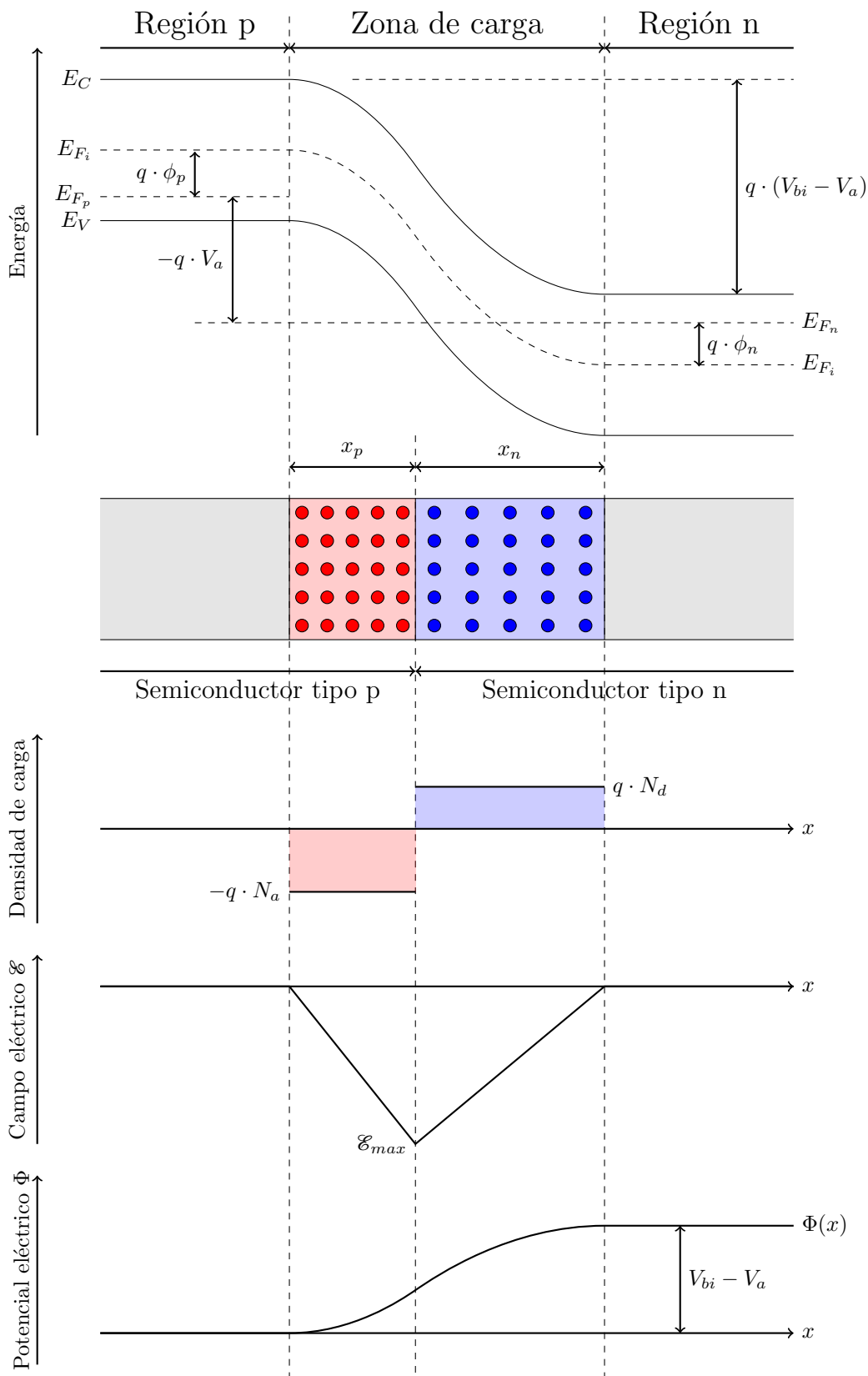
$$V_{bi} = \phi_p + \phi_n = \frac{kT}{q} \cdot \ln \left(\frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2} \right)$$

3.6.3. La juntura PN polarizada

Las siguientes ecuaciones son válidas para $V_a < 0$ (polarización en inverso), $V_a > 0$ (polarización en directo) y $V_a = 0$ (juntura PN en equilibrio). V_a es aplicado entre la región p y la región n. Se asume que hay ionización completa y que no hay campo eléctrico fuera de la zona de carga.

Densidad de carga:

$$\rho(x) = \begin{cases} -q \cdot N_a, & \text{si } -x_p \leq x < 0 \\ q \cdot N_d, & \text{si } 0 < x \leq x_n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$



Campo eléctrico:

$$\mathcal{E}(x) = \begin{cases} \frac{-q \cdot N_a}{\epsilon_s} \cdot (x + x_p), & \text{si } -x_p \leq x \leq 0 \\ \frac{-q \cdot N_d}{\epsilon_s} \cdot (x_n - x), & \text{si } 0 \leq x \leq x_n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$\mathcal{E}_{max} = \mathcal{E}(0) = \frac{-q \cdot N_a}{\epsilon_s} \cdot x_p = \frac{-q \cdot N_d}{\epsilon_s} \cdot x_n = \frac{-2 \cdot (V_{bi} + V_a)}{W}$$

Potencial eléctrico:

$$\Phi(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq -x_p \\ \frac{q \cdot N_a}{2\epsilon_s} \cdot (x + x_p)^2, & \text{si } -x_p \leq x \leq 0 \\ \frac{q \cdot N_d}{2\epsilon_s} \cdot (x_p^2 + 2 \cdot x_n \cdot x - x^2), & \text{si } 0 \leq x \leq x_n \\ \frac{q \cdot N_d}{2\epsilon_s} \cdot (x_p^2 + x_n^2) = V_{bi} - V_a & \text{si } x_n \leq x \end{cases}$$

Ancho de la zona de carga

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_s(V_{bi} - V_a)}{q} \cdot \frac{N_d}{N_a} \cdot \frac{1}{N_a + N_d}} \quad x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_s(V_{bi} - V_a)}{q} \cdot \frac{N_a}{N_d} \cdot \frac{1}{N_a + N_d}}$$

$$W = x_p + x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_s(V_{bi} - V_a)}{q} \cdot \frac{N_a + N_d}{N_a \cdot N_d}}$$

$$N_a \cdot x_p = N_d \cdot x_n$$

Capacitancia de Juntura (por unidad de área) :

$$C'_j = \frac{\epsilon_s}{W} = \frac{C'_{j0}}{\sqrt{1 - \frac{V_a}{V_{bi}}}} \quad C'_{j0} = \sqrt{\frac{q \cdot \epsilon_s}{2 \cdot V_{bi}} \cdot \frac{N_a \cdot N_d}{N_a + N_d}}$$

Concentración de portadores:

Suponiendo que los cuasi-niveles de Fermi son constantes dentro de la zona de carga:

$$\begin{aligned} n_{n0} &= N_d & n_{n0} &= \text{Concentración de electrones en equilibrio en la región n} \\ p_{n0} &= \frac{N_d}{n_i^2} = p_{0p} \cdot \exp\left(\frac{-V_{bi}}{V_t}\right) & p_{n0} &= \text{Concentración de huecos en equilibrio en la región n} \\ p_{p0} &= N_a & p_{p0} &= \text{Concentración de huecos en equilibrio en la región p} \\ n_{p0} &= \frac{N_a}{n_i^2} = n_{0n} \cdot \exp\left(\frac{-V_{bi}}{V_t}\right) & n_{p0} &= \text{Concentración de electrones en equilibrio en la región p} \\ & & V_t &= \text{Voltaje térmico} = \frac{kT}{q} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_n(x) &= \text{Densidad de electrones en la región n} & p_n(x) &= \text{Densidad de huecos en la región n} \\ n_p(x) &= \text{Densidad de electrones en la región p} & p_p(x) &= \text{Densidad de huecos en la región p} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_p(-x_p) &= n_{p0} \cdot \exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right) & p_n(x_n) &= p_{n0} \cdot \exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right) \\ n_p(x) &= n_{p0} + \delta n_p(x) & p_n(x) &= p_{n0} + \delta p_n(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta n_p(x) &= n_{p0} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right) - 1 \right] \cdot \left[\cosh\left(\frac{x+x_p}{L_n}\right) + \coth\left(\frac{w'_p}{L_n}\right) \cdot \sinh\left(\frac{x+x_p}{L_n}\right) \right] \\ \delta p_n(x) &= p_{n0} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right) - 1 \right] \cdot \left[\cosh\left(\frac{x-x_n}{L_p}\right) - \coth\left(\frac{w'_n}{L_p}\right) \cdot \sinh\left(\frac{x-x_n}{L_p}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w'_n &= w_n - x_n & w'_n &= \text{Longitud de la región n} & w_n &= \text{Longitud del semiconductor tipo n} \\ w'_p &= w_p - x_p & w'_p &= \text{Longitud de la región p} & w_p &= \text{Longitud del semiconductor tipo p} \end{aligned}$$

Para diodos con $w'_n \gg L_p$ y $w'_p \gg L_n$:

$$\begin{aligned} \delta n_p(x) &= n_{p0} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right) - 1 \right] \cdot \exp\left(\frac{x+x_p}{L_p}\right) \\ \delta p_n(x) &= p_{n0} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right) - 1 \right] \cdot \exp\left(\frac{-(x-x_n)}{L_p}\right) \end{aligned}$$

Para diodos con $w'_n \ll L_p$ y $w'_p \ll L_n$:

$$\begin{aligned} \delta n_p(x) &= n_{p0} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right) - 1 \right] \cdot \left(1 + \frac{x+x_p}{w'_p} \right) \\ \delta p_n(x) &= p_{n0} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right) - 1 \right] \cdot \left(1 - \frac{x-x_n}{w'_n} \right) \end{aligned}$$

Corriente ideal:

$$\begin{aligned} I &= A \cdot J & A &= \text{Área transversal de la juntura.} \\ I &= I_s \cdot \left(e^{\frac{V_a}{V_t}} - 1 \right) & I_s &= \text{Corriente de saturación.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J &= J_n(x = -x_p) + J_p(x = x_n) \\ I_s &= qA \cdot \left[\frac{D_n \cdot n_{p0}}{L_n} \cdot \coth\left(\frac{w'_p}{L_n}\right) + \frac{D_p \cdot p_{n0}}{L_p} \cdot \coth\left(\frac{w'_n}{L_p}\right) \right] & \text{En general.} \\ I_s &= qA \cdot \left[\frac{D_n \cdot n_{p0}}{L_n} + \frac{D_p \cdot p_{n0}}{L_p} \right] = qA \cdot \left[\frac{n_{p0} \cdot L_n}{\tau_n} + \frac{p_{n0} \cdot L_p}{\tau_p} \right] & \text{Si } w'_n \gg L_p \text{ y } w'_p \gg L_n \\ I_s &= qA \cdot \left[\frac{D_n \cdot n_{p0}}{w'_p} + \frac{D_p \cdot p_{n0}}{w'_n} \right] & \text{Si } w'_n \ll L_p \text{ y } w'_p \ll L_n \end{aligned}$$

Variación de la característica I-V con la temperatura:

Suponiendo que D_p , L_p , D_n y L_n no dependen de la temperatura:

$$\begin{aligned} I_D &= B \cdot n_i^2(T) \cdot \left(e^{V_D/V_t} - 1 \right) \\ &= A \cdot T^3 \cdot e^{-E_g/kT} \cdot \left(e^{V_D/V_t} - 1 \right) \end{aligned}$$

Si $e^{V_D/V_t} \gg 1$:

$$\frac{1}{I_D} \cdot \frac{\partial I_D}{\partial T} \Big|_{V_D=cte} = \frac{3}{T} + \frac{E_g - q \cdot V_D}{kT^2} \qquad \frac{\partial V_D}{\partial T} \Big|_{I_D=cte} = \frac{-3V_t}{T} - \frac{E_g}{qT} + \frac{V_D}{T}$$

Corriente real para polarización en inverso:

$$\begin{aligned} I_{ideal} &\approx -I_s \\ I_{generación} &= \frac{qA \cdot n_i \cdot W}{2 \cdot \tau_0} & \tau_0 &= \frac{\tau_{n0} + \tau_{p0}}{2} \\ I_{total} &= -I_s - I_{generación} \end{aligned}$$

Corriente real para polarización en directo:

$$\begin{aligned} I_{ideal} &\approx I_s \cdot \left(e^{\frac{V_a}{V_t}} - 1 \right) \\ I_{recombinación} &= \frac{qA \cdot n_i \cdot x'}{2 \cdot \tau_0} \approx \frac{qA \cdot n_i \cdot W}{2 \cdot \tau_0} \cdot \left(e^{\frac{V_a}{2 \cdot V_t}} - 1 \right) \\ I_{total} &\approx I_s \cdot \left(e^{\frac{V_a}{V_t}} - 1 \right) + \frac{qA \cdot n_i \cdot W}{2 \cdot \tau_0} \cdot \left(e^{\frac{V_a}{2 \cdot V_t}} - 1 \right) \end{aligned}$$

Como $\frac{qA \cdot n_i \cdot W}{2 \cdot \tau_0} > I_s$, $I_{recombinación}$ es dominante para valores pequeños de V_a , e I_{ideal} es dominante para valores grandes de V_a .

Alta inyección:

En las fórmulas anteriores se asume que existe baja inyección (es decir, $\delta n \ll n_0$ en la región n y $\delta p \ll p_0$ en la región p). Para valores muy grandes de V_a esta suposición no se cumple, y:

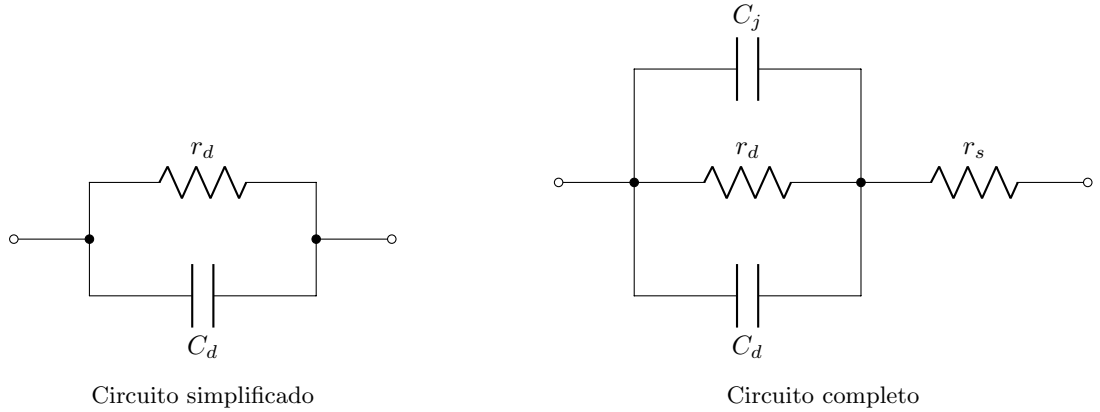
$$I \propto \exp\left(\frac{V_a}{2 \cdot V_t}\right)$$

Si $w'_n \gg L_p$ y $w'_p \gg L_n$ se tiene, concretamente, que:

$$I = qA \cdot \left(\frac{D_n}{L_n} + \frac{D_p}{L_p} \right) \cdot n_i \cdot \exp\left(\frac{V_a}{2 \cdot V_t}\right)$$

3.6.4. Modelo de pequeña señal del diodo en directo

$$\begin{aligned} r_d = g_d^{-1} &= \frac{V_t}{I_{DQ}} & I_{DQ} &= \text{Corriente DC del diodo} \\ C_d &= \frac{I_{p0} \cdot \tau_{p0} + I_{n0} \cdot \tau_{n0}}{2 \cdot V_t} & V_{DQ} &= \text{Voltaje DC del diodo} \\ I_{p0} &= qA \cdot \frac{D_p \cdot p_{n0}}{L_p} \cdot \exp\left(\frac{V_{DQ}}{V_t}\right) & C_d &= \text{Capacitancia de difusión} \\ C_j &= \frac{A \cdot \epsilon_s}{W} & I_{n0} &= qA \cdot \frac{D_n \cdot n_{p0}}{L_n} \cdot \exp\left(\frac{V_{DQ}}{V_t}\right) \\ & & C_j &= A \cdot C'_j = \text{Capacitancia de juntura} \end{aligned}$$



Para junturas “de un sólo lado”:

$$C_d \approx \frac{I_{DQ} \cdot \tau_{n0}}{2 \cdot V_t} \approx \frac{g_d \cdot \tau_{n0}}{2}$$

Para junturas p-n+

$$C_d \approx \frac{I_{DQ} \cdot \tau_{p0}}{2 \cdot V_t} \approx \frac{g_d \cdot \tau_{p0}}{2}$$

Para junturas p+-n

Las expresiones anteriores son válidas para frecuencias relativamente bajas ($\omega \cdot \tau_p \ll 1$ y $\omega \cdot \tau_n \ll 1$). En general $r_d^{-1} = g_d$ y $\omega \cdot C_d$ son las partes real e imaginaria, respectivamente, de:

$$\left(\frac{qA \cdot D_p \cdot p_{n0} \cdot \sqrt{1 + j\omega \cdot \tau_p}}{V_t \cdot L_p} + \frac{qA \cdot D_n \cdot n_{p0} \cdot \sqrt{1 + j\omega \cdot \tau_n}}{V_t \cdot L_n} \right) \cdot \exp\left(\frac{V_{DQ}}{V_t}\right)$$

3.6.5. Ruptura de la juntura

Los efectos de ruptura ocurren para junturas pn en inverso polarizadas con voltajes altos. Para junturas altamente dopadas el efecto Zener es el dominante, mientras que en los demás casos el efecto dominante es el de avalancha.

3.6.5.1. Efecto Zener

La probabilidad de que ocurra el efecto tunel desde la banda de valencia de la región p a la banda de conducción de la región n es:

$$\Theta = \exp\left(\frac{-4 \cdot \sqrt{2m^*} \cdot E_g^{3/2}}{3 \cdot q \cdot \hbar \cdot \mathcal{E}}\right)$$

$$m^* = 2 \cdot \left[\frac{1}{3m_l} + \frac{2}{3m_t} + \frac{1}{m_{lh}} \right]^{-1}$$

m_l = Masa efectiva longitudinal de un electrón

$$\bar{\mathcal{E}} \approx \frac{|\mathcal{E}_{max}|}{2} = \sqrt{\frac{q}{2 \cdot \epsilon_s} \cdot \frac{N_a \cdot N_d}{N_a + N_d} \cdot (V_{bi} + V_a)}$$

m_t = Masa efectiva transversal de un electrón

m_{lh} = Masa de un hueco ligero

La corriente debida al efecto Zener es:

$$I = \frac{A \cdot \sqrt{2m^*} \cdot q^3 \cdot \bar{\mathcal{E}} \cdot V_a}{4 \cdot \pi^2 \cdot \hbar^2 \cdot \sqrt{E_g}} \cdot \Theta$$

V_a = Voltaje inverso aplicado

3.6.5.2. Efecto de avalancha

Factor multiplicativo

$$M_n = \frac{1}{1 - \int_{-x_p}^{x_n} \alpha_n \cdot \exp\left(\int_{-x_p}^x (\alpha_p - \alpha_n) dx'\right) dx} \quad I_n = M_n \cdot I_{n0}$$

$$M_p = \frac{1}{1 - \int_{-x_p}^{x_n} \alpha_p \cdot \exp\left(\int_x^{x_n} (\alpha_n - \alpha_p) dx'\right) dx} \quad I_p = M_p \cdot I_{p0}$$

α_p = Taza de ionización de huecos α_n = Taza de ionización de electrones

Se define el campo eléctrico de ruptura como aquel que cumple las siguientes dos ecuaciones equivalentes:

$$\int_{-x_p}^{x_n} \alpha_p \cdot \exp\left(\int_{-x_p}^x (\alpha_n - \alpha_p) dx'\right) dx = 1 \quad \int_{-x_p}^{x_n} \alpha_n \cdot \exp\left(\int_{-x_p}^x (\alpha_p - \alpha_n) dx'\right) dx = 1$$

Si $\alpha_p = \alpha_n = \alpha$ se tiene:

$$M_p = M_n = \frac{1}{1 - \int_{-x_p}^{x_n} \alpha dx}$$

Y la condición del campo eléctrico de ruptura se reduce a:

$$\int_{-x_p}^{x_n} \alpha dx = 1$$

Una aproximación para α es:

$$\alpha(\mathcal{E}) = \frac{q \cdot \mathcal{E}}{E_I} \cdot \exp\left(\frac{-\mathcal{E}_I}{\mathcal{E} \cdot \left(1 + \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_p}\right) + \mathcal{E}_T}\right) \approx \begin{cases} \frac{q \cdot \mathcal{E}}{E_I} \cdot \exp\left(\frac{-\mathcal{E}_I}{\mathcal{E}}\right), & \text{si } \mathcal{E}_T \leq \mathcal{E} < \mathcal{E}_p \\ \frac{q \cdot \mathcal{E}}{E_I} \cdot \exp\left(\frac{-\mathcal{E}_I \cdot \mathcal{E}_p}{\mathcal{E}^2}\right), & \text{si } \mathcal{E} > \mathcal{E}_p \text{ y } \mathcal{E} > \sqrt{\mathcal{E}_p \cdot \mathcal{E}_T} \end{cases}$$

Donde, para el silicio, pueden usarse como estimados los siguientes valores:

Parámetros	Electrones (α_n)	Huecos (α_p)
E_I	3,6eV	5,0eV
\mathcal{E}_I	$1,9 \cdot 10^6 \frac{V}{cm}$	$1,9 \cdot 10^6 \frac{V}{cm}$
\mathcal{E}_p	$1,1 \cdot 10^5 \frac{V}{cm}$	$1,1 \cdot 10^5 \frac{V}{cm}$
\mathcal{E}_T	$1,4 \cdot 10^4 \frac{V}{cm}$	$1,4 \cdot 10^4 \frac{V}{cm}$

Aproximación del campo eléctrico y el potencial de ruptura:

Para silicio a temperatura ambiente y con concentración de impurezas N el campo eléctrico de ruptura es:

$$|\mathcal{E}_{br}| \approx \frac{4 \cdot 10^5 \frac{V}{cm}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \log\left(\frac{N}{10^{16} cm^{-3}}\right)}$$

Para una juntura p+-n o p-n+, definiendo:

$$N = \begin{cases} N_d, & \text{para junturas p+-n} \\ N_a, & \text{para junturas p-n+} \end{cases}$$

se tiene que el potencial de ruptura es:

$$|V_{br}| = -V_{bi} + \frac{|\mathcal{E}_{br}|^2 \cdot \epsilon_s}{2 \cdot q \cdot N}$$

Otra aproximación del potencial de ruptura es:

$$|V_{br}| = 2,72 \cdot 10^{12} \frac{V}{\text{cm}^2} \cdot N^{-2/3}$$

Corriente:

La corriente por un diodo en inverso sin considerar el efecto avalancha ni la corriente de generación es:

$$I_0 \approx -I_s = -I_{p0} - I_{n0}$$

Considerando el efecto avalancha será:

$$I = -M_p \cdot I_{p0} - M_n \cdot I_{n0} = -M \cdot I_s$$

De acuerdo a la aproximación de Miller:

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{V_a}{V_{br}}\right)^n}$$

Donde n es un entero entre 3 y 7.

Referencias

Hu, C. (2010). *Modern Semiconductor Devices for Integrated Circuits*. Prentice Hall. ISBN 9780136085256.

Neamen, Donald A. (2012). *Semiconductor Physics and Devices, Basic Principles*. McGraw-Hill, 4^a edición.

Streetman, Ben G. y Kumar Banerjee, Sanjay (2006). *Solid State Electronics Devices*. Pearson, 6^a edición.

Van Zeghbroeck, Bart (2011). «Principles of Semiconductor Devices».

<https://ecee.colorado.edu/~bart/book/book/title.htm>